# L'ENSEIGNEMENT DE LA GÉOMÉTRIE: UNE ANALYSE DES REPRÉSENTATIONS SOCIALES ET DES PRATIQUES DANS LA CLASSE EN MATHÉMATIQUES

Lícia de Souza Leão Maia
UFPE – Brésil
licia@hotlink.com.br

## 1. Introduction

Cette communication présente une partie des résultats d'un projet de recherche actuellement en cours sur l'enseignement de la géométrie qui se situe dans la problématique des études sur la dynamique de la classe développées par l'équipe du Mestrado de Sciences de l'Education de l'Université Fédérale de Pernambouc au Brésil. La classe est prise et comprise comme un tout, qui fonctionne dans une dynamique basée sur des rapports dialectiques entre les élèves, le(s) savoir(s) et le professeur, sans néanmoins oublier qu'elle s'inscrit dans une réalité matérielle et sociale dont elle est partie intégrante.

Notre problématique s'inscrit dans la théorie des représentations sociales, l'utilisant ainsi comme instrument d'analyse d'une situation éducative. Pour mieux appréhender le phénomène, nous articulons la théorie des représentations sociales avec la théorie des champs conceptuels. Cette théorie, développée par Gérard Vergnaud, est née dans le domaine de la psychologie cognitive, dont la référence première a été l'étude des problèmes d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques. Aujourd'hui, elle est également utilisée dans l'étude d'autres domaines de la connaissance tels que la morale, les didactiques des langues, de l'histoire, de l'éducation physique, etc. C'est aussi une théorie de la représentation qui a pour projet spécifique d'analyser l'évolution des représentations qui rendent l'action opératoire, notamment celles qui relèvent des sciences et des techniques.

Nous pensons que l'articulation entre ces deux théories nous donne la possibilité de traiter le savoir scolaire en deux dimensions, le sens commun et le scientifique. La théorie des représentations sociales en tant que théorie de la connaissance de sens commun, nous aide à apréhender ce qui est de cette nature dans le savoir qui est véhiculé dans la classe, aussi bien par l'enseignant que par l'élève. Une analyse de ce savoir par la théorie des champs conceptuels nous amène à identifier ce qui existe comme élément de la connaissance scientifique et, conséquemment, ce qui peut manquer pour expliquer le côté non opératoire de la connaissance scolaire. Cette double analyse nous permettrait d'identifier, dans le domaine scolaire, les traits du savoir poulaire qui parfois fait obstacle à l'acquisition du savoir scolaire et d'annoncer ce qui est de l'ordre du scientifique, condition de la généralisation de la connaissance.

Quand nous utilisons le mot représentation de manière générale, en reférence à ces deux théories, il prend le sens psychologique du terme en se référant à l'image mentale que l'individu construit au long de sa vie dans les relations qu'il établit avec son environnement. Ces représentations constiuent l'essence du contenu de la pensée qui permet justement l'action et l'interaction de l'individu avec son milieu social.

Nous proposons, comme thème de recherche, une analyse de l'enseignement de la géométrie à partir d'une étude sur les rapports entre les représentations de la géométrie des enseignants et des étudiants et les pratiques pédagogiques utilisées dans son enseignement.

Nous commencerons par discuter l'apport de la théorie des représentations sociales aux faits éducatifs et préciserons notre objet de recherche en situant la problématique étudiée. Ensuite, nous décrirons la démarche méthodologique qui a été la nôtre, puis nous présenterons et discuterons les résultats en suivant les étapes de réalisation de la recherche. Nous présenterons l'apport de la théorie des champs conceptuels au cours de la description de l'analyse des données. Nous concluerons avec une réflexion sur les rapports entre les représentations exprimées verbalement et l'activité du sujet (l'enseignant) en situation.

## 2. L'apport de la théorie des représentations sociales aux faits éducatifs

En considérant que la connaissance "populaire" est une "vraie" connaissance et un moyen d'évolution de la connaissance scientifique, nous pensons que le modèle théorique des représentations sociales offre un moyen pour que la connaissance de sens commun ait une place au sein des institutions formelles productrices ou reproductrices de savoirs, comme le système éducatif, et pour que le sujet “populaire” y trouve un espace d'inclusion sociale. Certes, dans une activité qui se veut formatrice, et qui doit permettre aux apprentis de s'approprier des instruments d'intervention sociale, on ne peut pas faire l'économie de la connaissance scientifique "pure", dont la “transmission” est fonction fondamentale de l'école, au moins dans la réalité brésilienne. Mais prendre en compte les différentes "visions" de cette connaissance introduit une nouvelle conception de formation : une formation dont la référence est à la fois la science et le sens común (Maia, 1997; 2000).

Pouvoir identifier ces divers registres de connaissances, de représentations, aussi bien chez les enseignants que chez les étudiants, peut nous aider à comprendre quelques aspects de la classe et contribuer par là à surmonter certains obstacles de notre quotidien scolaire. Pendant longtemps la connaissance de sens commun a été chassée de l'école brésilienne. L'école serait-elle donc un espace exclusif de la connaissance scientifique? Nous sommes persuadées du contraire, et pensons, comme le soutient Moscovici (1996), que ces types de connaissances sont présents dans la société, dans toutes les institutions sociales qui la forment, en particulier l'institution éducative. L'enseignant, l'élève, en tant qu'acteurs d'une société en mouvement, portent avec eux une connaissance qui se construit dans le quotidien social, familial, professionnel. Ces savoirs, ils les apportent à l'école. Donc, nous pensons qu'identifier certains éléments de cette connaissance et établir des relations avec la connaissance scientifique, objet spécifique de la "transmission" scolaire, peut constituer un apport intéressant à l'étude des phénomènes éducatifs. Mais pour établir la relation entre ces deux types de savoirs, le savoir scientifique et le savoir de sens commun, nous avons besoin d'associer au cadre théorique des représentations sociales, un modèle qui s'occupe plus spécifiquement de la connaissance scientifique, comme c'est le cas de la théorie des champs conceptuels (Vergnaud, 1990).

Notre propos est donc d'établir cette articulation entre connaissance de sens commun et connaissance scientifique dans l'école, à la lumière de ces deux théories. Nous reviendrons à la théorie des champs conceptuels lors de la discussion de nos résultats. L'articulation entre ces deux théories donne la possibilité d'analyser l'enseignement

- du point de vue de l'enseignant (ou de l'étudiant), en fonction des diverses représentations qu'il a d'une connaissance donnée, dans ce cas spécifique, la géométrie;
- du point de vue de la connaissance, cette articulation nous permettant d'identifier quels types de représentations rendent l'action opératoire;
- du point de vue de la pratique en classe, qui nous permet d'analyser et de formuler des propositions didactiques qui prennent en compte tant la dimension cognitive-sociale de la connaissance que sa dimension scientifique.

## 3. Objet d'étude

Dans cette communication, nous exploitons les relations entre représentations de la géométrie et pratiques pédagogiques. Nous cherchons à identifier les relations entre les représentations exprimées verbalement et les pratiques effectives. Cela est fait par l'étude comparative entre les représentations sociales identifiées à partir de l'expression verbale et des pratiques effectivement observées dans la classe.

Nous avons élu l'enseignement de la géométrie comme thème de recherche, et ce pour trois raisons : les résultats obtenus lors de l'évaluation nationale (SAEB, 1997) où la géométrie est un des contenus d'enseignement sur lequel on constate un des plus grands échecs de la part des enfants ; l'importance que prend ce domaine du savoir dans le projet d'amélioration de l'enseignement brésilien, présenté dans les Paramètres Curriculaires Nationaux (PCN's) et la constatation, à partir des résultats d'une recherche antérieure (Maia, 1997), que la géométrie pourrait faciliter le passage d'une mathématique concrète à une mathématique abstraite, mouvement absolument nécessaire dans l'enseignement des mathématiques au Brésil. Bien qu'une telle classification puisse poser problème, nous la maintenons du fait que ce sont les enseignants de mathématiques qui l'ont proposée, question que nous avons traitée dans un récent article (Maia, 2000). Il faut cependant préciser que nous ne défendons pas un enseignement des mathématiques purement applicable. Nous sommes convaincue de la nécessité d'introduire une mathématique vivante, certes, mais qui puisse assurer une des dimensions fondamentales de cette discipline : l'abstraction.

Nous pouvons observer, dans le quotidien scolaire brésilien, cette tendance qui a été confirmée dans notre travail doctoral (Maia, 1997) : donner du sens aux mathématiques c'était les rendre applicables à des situations concrètes, aussi bien dans l'enseignement primaire que secondaire. Dans ce même travail, en cherchant à identifier l'impact des formations proposées par le Laboratoire d'Enseignement des Mathématiques (LEMAT), nous avons pu constater que l'une des intentions des formations proposées aux enseignants de mathématiques des premier et second degrés était justement de trouver, dans la classe, un compromis entre les deux dimensions des mathématiques, concrète et abstraite. Un autre résultat de cette recherche fut que les propriétés associées à la géométrie étaient justement l'un des éléments qui différenciait les représentations sociales des enseignants. Pour certains, la géométrie était un contenu d'enseignement qui rapprochait les mathématiques de la réalité physique (activité de mensuration, de modélisation de l'espace) alors que pour d'autres, c'était l'instrument par excellence du développement de la pensée par l'exercice de la démonstration.

On peut donc penser que ces deux types de représentations reflètent deux approches différentes de la géométrie développées au long de l'histoire des sciences : l'activité géométrique en tant que constatation empirique, vérification et mesure de l'espace sensible et l'activité géométrique en tant qu'expérience rationnelle de déduction visant, au bout ducompte, la démonstration (Bkouche, 1988 ; Barbin, 1993 ; Vergnaud & Laborde, 1994 ; Câmara, 1999).

Dans ce sens, il nous a semblé qu'il pouvait être intéressant d'exploiter l'enseignement de la géométrie comme champ de recherche du fait que son contenu est, d'une part, ancré en tant que connaissance de sens commun dans cette double dimension des mathématiques et que, d'autre part, il participe, actuellement au Brésil, d'un important mouvement en vue de l'introduire de manière systématique dans l'enseignement des mathématiques.

Malgré cette volonté, la géométrie reste encore, dans la pratique, absente de l'école brésilienne aux premier et second degrés (Lorenzatto, 1995; Câmara, op.cit). Quand on analyse une situation où, comme en France, celle-ci trouve une place à l'école, on peut noter deux dérives qui empêchent l'une et l'autre de reconnaître l'intégralité de son apport :

- la présence dans les curricula d'une géométrie théorique, indépendante d'une modélisation de l'espace;
- un passage non problématisé entre la géométrie de l'observation et celle de la déduction se traduisant par l'établissement de liens naturels entre les évidences physiques et les propositions théoriques, entre le dessin et la figure et recouvrant une approche inductiviste (Vergnaud & Laborde, op. cit. p. 85).

Nous pensons donc qu'une étude sur les représentations sociales de l'enseignant/de l'étudiant sur la géométrie peut aider, articulée à l'analyse de son enseignement, à comprendre quelques-uns des aspects sous-jacents à son enseignement et guider, à moyen terme, l'élaboration d'une séquence didactique tenant compte de nos premiers résultats :

établir des rapports entre les aspects plus théoriques des mathématiques et leurs applications, notamment dans la résolution des problèmes de la vie de tous les jours qui ont du sens pour les élèves.

Rappelons que notre problématique de recherche est inscrite dans un ensemble théorique qui situe le problème en termes de représentations, tel qu'il a été précisé au début de cette communication, à partir d'une hypothèse fondamentale : tout individu agit sur le réel en fonction des représentations qu'il en a. Ainsi, en connaissant les représentations sociales des enseignants sur la géométrie, expression de la connaissance de sens commun, et en les comparant à la connaissance scientifique, telle qui propose Vergnaud (op. cit.), on pourra mieux comprendre la dynamique de son enseignement. Notre objectif de recherche est donc, d'une part, d'approfondir l'étude sur les représentations sociales de la géométrie et, d'autre part, d'analyser des rapports entre ces représentations et la pratique de son enseignement.

## 4. Démarche méthodologique

Nous adoptons une perspective méthodologique plurielle, en utilisant plusieurs instruments de recueil des données : questionnaire d'association libre, questionnaire traditionnel, entretien semi-directif, observations en classe et analyse du matériel didactique utilisé par les enseignants. D'une certaine manière, l'application de chaque instrument correspond à une étape de réalisation de la recherche. Mais il ne s'agit pas d'une juxtaposition linéaire; il y a une certaine interdépendance et un dialogue entre chacun de ces moments, dans le sens que chaque étape complète l'étape précédente et aide à mieux comprendre les questions soulevées au fil du parcours.

En plus des résultats de la recherche, à proprement parler, nous cherchons à proposer une démarche méthodologique pour l'analyse des questions de l'enseignement, adoptant les deux modèles théoriques: la théorie des représentations sociales et la théorie des champs conceptuels.

## 5. Recueil et analyse des données

*Population*

Pour cette recherche, 189 sujets ont été interviewés. Parmi eux, 84 sont des enseignants qui interviennent aux premier et/ou au deuxième degrés, certains enseignant les mathématiques alors que d’autres étant des enseignants de portugais, de biologie ou d'histoire-géographie. Parmi les 189 sujets interviewés, 105 sont des étudiants en formation des enseignants, en mathématiques ou en d’autres disciplines. Pour l’analyse de la classe, nous avons observé six enseignants de mathématiques du premier degré dans l'enseignement de thèmes de géométrie sur une période couvrant dix-huit cours.

*Instruments de recueil et d’analyse des données*

Nous avons utilisé pour recueillir les éléments des représentations sociales des sujets, un questionnaire d’association libre et un questionnaire traditionnel. Le questionnaire d’association libre comportait deux parties, la première visant l'association proprement dite demandant aux sujets d'énoncer six mots ou expressions évoqués par le mot géométrie et d'indiquer les deux plus importants, la deuxième visant l'identification des caractéristiques des sujets, leur discipline et niveau d’enseignement, le type de formation, temps d’enseignement et le sexe. Le questionnaire traditionnel avait pour but d’identifier les contenus de géométrie que l’enseignant traitait dans sa classe, en spécifiant le niveau.

Pour l’analyse de la pratique, nous avons réalisé des observations des cours en utilisant une grille de registre construite selon les variables utilisées par Vergnaud dans la description du processus de conceptualisation du réel par l’individu. Selon cet auteur, ce processus correspond à trois aspects: les situations utilisées pour donner du sens au concept, les invariants opératoires et les formes de représentations symboliques utilisées dans la présentation et résolution des situations et problèmes présentés par l’enseignant.

Pour l’analyse des données recueillies par le questionnaire d’association libre et le questionnaire traditionnel, nous avons utilisé le logiciel TRI-DEUX. Il nous a permis d’identifier les mots associés et leur fréquence respective et de faire des analyses factorielles de correspondance entre les mots et les caractéristiques des sujets. Nous avons aussi pu identifier les éléments centraux des représentations.

L’analyse des registres des observations a suivi la logique de la grille d’observation, c’est-à-dire, l'identification des situations utilisées par les enseignants, les formes de représentations symboliques et les invariants opératoires. N'étant pas encore analysés, les deux derniers voletss ne sont pas présentés dans cette communication.

## 6. Résultats

Les résultats obtenus à partir des réponses des enseignants seront présentés par étapes. Cela se justifie par le but de cette communication qui est de faire une comparaison entre pratiques d'enseignement et représentations sociales.

### 6.1. Associations libres

6.1.1. Les représentations de la géométrie

Nous présenterons tout d'abord la liste des mots associés par les enseignants au terme *géométrie,* notre intention étant de donner une idée générale du chemin parcouru, et même si on peut faire un rapprochement entre leurs représentations et celles des étudiants. De plus, nous ne présenterons pas les mots qui n'ont été cités qu'une seule fois, bien que plusieurs de ces mots renvoient au contenu sémantique évoqué par les autres. Ensuite, nous présenterons les mots les plus importants. En associant cette information aux fréquences d'évocation de chacun d'entre eux, nous sommes en mesure de définir les éléments centraux des représentations. Enfin, nous présenterons les plans factoriels résultant d'une analyse factorielle des correspondances des mots dont la fréquence d'évocation est supérieure à quatre avec les variables d'identification des sujets. Nous identifierons donc les différences des représentations en fonction de la formation et des domaines d'intervention des sujets.

**Tableau 1 - Champ sémantique des représentations de la géométrie (enseignants)**

| Mots associés | Fréq | Mots associés | Fréq | Mots associés | Fréq |
|---|---|---|---|---|---|
| *Mesure* | 32 | *Formes* | 27 | *Droite* | 25 |
| *Angle* | 23 | *Figure* | 19 | *Espace* | 18 |
| *Dessin* | 16 | *Triangle* | 16 | *Mathématiques* | 14 |
| *Aire* | 11 | *Ligne* | 11 | *Carré* | 10 |
| *Polygone* | 9 | *Point* | 9 | *Calcul* | 8 |
| *Cercle* | 8 | *Plan* | 6 | *Symétrie* | 6 |
| *Terre* | 6 | *Perimètre* | 5 | *Rectangle* | 5 |
| *Longueur* | 5 | *Ballon* | 4 | *Démonstration* | 4 |
| *Représentation* | 4 | *Courbes* | 3 | *Beauté* | 3 |
| *Circonférence* | 3 | *Construction* | 3 | *Jeux* | 3 |
| *Mètre* | 3 | *Objet* | 3 | *Organisation* | 3 |
| *Règle* | 3 | *Similitude* | 3 | *Théorème* | 3 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| *Analyse* | 2 | *Axiome* | 2 | *Cilindre* | 2 |
| *Concave* | 2 | *Couleurs* | 2 | *Convexe* | 2 |
| *Difficulté* | 2 | *Grandeur* | 2 | *Côté* | 2 |
| *Logique* | 2 | *Table* | 2 | *Mouvement* | 2 |
| *Projection* | 2 | *Tableau noir* | 2 | *Segment* | 2 |
| *Superficie* | 2 | | | | |

494 mots associés dont 180 différents

**Tableau 2 - Éléments considérés les plus importants pour définir la géométrie (enseignants)**

| Mots associés | Fréq | Mots associés | Fréq |
|---|---|---|---|
| *Mesure* | 17 | *Forme* | 14 |
| *Angle* | 12 | *Espace* | 9 |
| *Mathématique* | 8 | *Aire* | 7 |
| *Dessin* | 7 | *Droite* | 6 |
| *Ligne* | 5 | *Terre* | 4 |
| *Point* | 3 | *Triangle* | 3 |
| *Symétrie* | 3 | *Cercle* | 2 |
| *Longueur* | 2 | *Démonstration* | 2 |
| *Figure* | 2 | *Carré* | 2 |

L'analyse de ces tableaux nous permet de constater que les mots font référence à des contenus d'enseignement, à des objets et à des sentiments évoquant les rapports des sujets à la géométrie. Les deux mots les plus cités et considérés aussi comme les plus importants, *mesure* et *formes*, nous renvoient à une représentation générale de la géométrie comme domaine de la modélisation de l'espace et donc, à une géométrie de l'observation. Une donnée nous paraît particulièrement intéressante : la présence des mots *figure* et *dessin* comme éléments centraux des représentations des enseignants. Dans la littérature spécialisée, on souligne l'importance d'exploiter, dans les cours de mathématiques, les différences entre figure et dessin (Arsac, 1992 ; Laborde & Caponi, 1994 ; Berthelot & Salin, 1995 ; Comiti, 1999). Arsac (op.cit., p. 168) va recourir à Platon pour établir la différence entre figure et dessin ; *"la figure géométrique est un objet idéal dont tous les dessins concrets que l'on peut faire ne sont que des représentations imparfaites".*

De cette façon, la figure est l'objet abstrait qui sert de substrat pour le raisonnement, pour la pensée. En tant que telle, elle peut être identifiée à l'objet de la théorie, de la Géométrie. Le dessin, pour sa part, c'est la matérialisation sur une feuille de papier, un écran d'ordinateur, etc. Le dessin n'est qu'un modèle de la figure. La figure permet la définition des propriétés, en établissant des outils de généralisation, le dessin se rapporte à l'objet concret qui *figure* sur la feuille de papier. Il est important de souligner que le passage du dessin à la figure peut aider, sans doute, le passage du sensible à l'intelligible mais il ne faut pas oublier que le dessin peut aussi, par l'attraction perceptive qu'il offre, constituer un obstacle à la compréhension de la figure. (Vergnaud & Laborde, op. cit.). Une autre chose intéressante à remarquer, c'est que cette conception du dessin permet de considérer une dimension concrète des mathématiques autre que celle qui se réfère à la vie de tous les jours, à laquelle se restreignent la majorité des enseignants brésiliens.

Cette double dimension de l'enseignement de la géométrie, nous semble pouvoir enrichir la compréhension de la dynamique de l'enseignement de la géométrie en ce qui concerne le passage d'une géométrie de la réalité à une géométrie de la raison, les rapports entre les mathématiques concrètes et les mathématiques abstraites. Il nous pousse aussi à la réflexion sur le rôle des représentations graphiques, médiateurs susceptibles d'aider ou de rendre plus difficile la compréhension et le passage des objets de l'espace physique aux objets théoriques, proprement géométriques (Berthelot & Salin, op. cit.; Comiti,op. cit.).

La figure 1 (figure manquante) **c**orrespond au plan factoriel construit à partir des mots associés et des variables d'identification des sujets. Son analyse nous donne les différences entre les représentations en fonction des caractéristiques des enseignants.

Nous pouvons identifier sur l'axe horizontal, le regroupement des mots *formes*, *figure* et *dessin,* s'opposant à *démonstration*, à *représentation.* Cela nous précise les rapports entre les deux représentaions annoncées, la géométrie de l'observation et celle de déduction. Les mots *ballon*, *formes,* proches de *dessin* suggèrent que ce sont ces éléments à gauche du plan factoriel qui synthétisent une représentation de la géométrie comme lecture de la réalité. A l'opposé, proche de *démonstration* on peut voir les mots *polygone*, *symétrie* comme éléments d'une représentation de la géométrie du point de vue formel. En fonction des variables d'identification des sujets, l'analyse de ces représentations montre que ce sont justement les enseignants de mathématiques qui ont une représentation formelle de la géométrie, tandis que les enseignants des autres disciplines et les pédagogues ont une représentation en tant que modélisation de l'espace, de la réalité.

L'axe vertical nous annonce l'opposition entre *figure* et *dessin*. Il est intéressant d'observer que les mots qui se situent à proximité nous renvoient, d'une certaine façon, à la différence théorique proposée par les didacticiens: le dessin comme modèle d'un objet et la figure comme élément proprement géométrique. Encore une fois, en fonction des caractéristiques des sujets, l'analyse des deux représentations indique que ce sont les professeurs de mathématiques qui font référence à l'objet proprement géométrique, tandis que les professeurs des autres disciplines ont une représentation générale de la géométrie, soit comme science des formes, soit comme un domaine quelconque des mathématiques. Signalons la présence du mot *calcul* à côté de *mathématiques*. Dans une recherche antérieure (Maia, 1997), le mot *calcul* était l'élément central le plus déterminant pour définir la représentation générale des mathématiques, ce qui confirme l'interprétation précédente à l'effet que, pour les enseignants qui ne sont pas spécialistes en mathématiques, la géométrie est un domaine des mathématiques n'ayant pas une spécification précise de son objet de connaissance.

Ces résultats nous semblent, d'une certaine manière, confirmer les indices concernant l'existence de deux représentations de la géométrie, respectivement associées à deux sortes de mathématiques, l'une abstraite, l'autre concrète. Ils précisent les différentes dimensions sous-jacentes à chacune d'elles. Du point de vue didactique, ils nous indiquent la nécessité de trouver un compromis, dans la classe, entre ces divers types de connaissances. D'une part, des enseignants de mathématiques qui persistent à ne considérer que la dimension formelle de cette discipline et, d'autre part, les non-spécialistes qui se bornent à apporter leur connaissance de sens commun à propos de ce domaine des mathématiques, sans approcher la réflexion théorique. En fait, on peut constater, par ces premiers résultats, la rupture existante, au sein de la classe, entre le côté formel et informel de la connaissance scolaire et y trouver des pistes pour établir les rapports entre ces deux aspects. Voyons maintenant ce qui se passe dans la classe.

### 6.2. L'enseignement de la géométrie dans la classe

L'analyse de la pratique d'enseignement se fait par l'utilisation de trois instruments de recueil des donnés : questionnaires pour connaître les contenus enseignés par le enseignants, des observations en classe et l'analyse du matériel didactique utilisé par les professeurs. Notre intention est d'analyser la dimension institutionnelle de la représentation par l'analyse des PCN's en ce qui concerne la géométrie dans l'enseignement fondamental.

6.2.1. Les contenus d'enseignement

Vingt-huit professeurs de mathématiques ont été interrogés à propos des contenus de géométrie qu'ils enseignaient dans leur classe. Nous avons donc listé tous les contenus cités par les enseignants pour ensuite identifier, dans la liste des mots associés, ceux qui correspondaient aux contenus qu'ils disaient enseigner. Nous présentons le résultat de cette démarche dans le tableau qui suit.

**Tableau 3 - Contenus d'enseignement (Liste de thèmes indiqués par les enseignants comme contenus d'enseignement dans leur classe et cités dans l'association libre**

| 6ème série | 5ème série | 4ème série | 3ème série |
|---|---|---|---|
| Angle | Angle | Angle | Angle |
| Triangle | Triangle | Triangle | Triangle |
| Aire | Aire | Aire | Aire |
| Volume | Volume | Volume | Volume |
| Droite | Droite | Droite | Théorèmes |
| Solides géomét | Solides géomét | Solides géomét | Mésure |
| Classification des figures | Classification des figures | Quadrilatère | Cercle |
| Perimètre | Perimètre | Polygone | Congruence |
| Plan | Plan | Pitagores | Pitagores |
| Étude des formes | Polygone | Parallèlles | Polygone |
| Sphère | Sphère | Circonférence | |
| Démi-droite | Démi-droite | Similitude | |
| Figures planes-spatiales | Point | | |
| Rectangle | | | |
| Superficie | | | |
| Longueur | | | |
| Cilindre | | | |

Des 180 mots différents cités par les enseignants et des 233 cités par les étudiants, seulement 25 sont des contenus enseignés. On peut observer que certains contenus se répètent dans toutes les séries; *angles*, *triangles*, *aires*, *volume*. Ce sont des contenus proprement géométriques, dans le sens où ce sont des concepts dans lesquels on pourrait voir une perspective géométrique plus formelle. D'ailleurs, c'était la représentation des enseignants responsables de cette discipline. L'analyse des autres contenus du tableau nous amène à confirmer cette impression d'énumération de concepts géométriques. Cependant, même si les angles, les triangles et les volumes sont des concepts théoriques propres à la géométrie formelle, on peut penser qu'ils permettent également une modélisation de la réalité en raison du fait que leur forme sert de modèle à la réalité. Il nous reste donc à voir comment ils sont travaillés dans la classe : de manière purement formelle ou ancrés dans la réalité des élèves ?

6.2.2. Les cours de géométrie

L'analyse des séances (ainsi que du matériel didactique), a été faite à partir de la théorie des champs conceptuels, en fonction des situations utilisées par les enseignants pour donner du sens aux concepts. Comme nous le disions auparavant, Vergnaud cherche a étudier les processus par lesquels la représentation rend l'action opératoire. Pour lui, c'est la conceptualisation du réel qui rend l'action opératoire. *"La représentation a pour fonction principale de conceptualiser le réel pour agir efficacement (...) ; elle intéresse la formation de l'expérience dans son ensemble"* (Vergnaud, cité par Portugais, 1995, p.47). La conceptualisation est une notion piagétienne qui permet la prise de conscience par la transformation de schèmes d'action en représentations.

> ... l'action opératoire n'est pas le tout de la conceptualisation du réel. On ne débat pas de la vérité ou de la fausseté d'un énoncé totalement implicite, et on n'identifie pas les aspects du réel auxquels il faut prêter attention, sans l'aide de mots, d'énoncés, de symboles et de signes. L'usage de signifiants explicites est indispensable à la conceptualisation.
> C'est ce qui conduit à considérer qu'un concept est un triplet de trois ensembles:
> C = (S, I, &)
> S : l'ensemble des situations qui donnent du sens au concept (la référence)
> I : l'ensemble des invariants sur lesquels repose l'opérationalité des schèmes (le siginifié)
> & : l'ensemble des formes langagières et non langagières qui permettent de représenter symboliquement le concept, ses propriétés, les situations et les procédures de traitement (le signifiant). (Vergnaud , 1990, p. 145).

Nous proposons donc d'analyser, à l'aide de ce cadre théorique, ce qui se passe dans la classe. Nous avons pris, pour la réalisation de cette analyse, nos résultats précédents comme référence. Nous avons donc cherché à classer les *situations* et *les formes de représentations symboliques* utilisées par les enseignants quand ils enseignent des contenus géométriques, en fonction des représentations sociales que nous avions identifiées dans les premières étapes de notre recherche (résultats en cours d'analyse). Nous avions deux représentations de la géométrie: la géométrie comme instrument de lecture de la réalité ou comme outil formel des mathématiques. Les contenus à observer ont aussi été choisis en fonction des résultats : ce sont les contenus qui ont été cités par la majorité des enseignants qui ont guidé nos choix.

Nous avons donc assisté au cours de géométrie. À ce moment là, nous avons recueilli les matériaux didactiques utilisés dans cet enseignement. Lors des séances, une grille d'observation nous a permis d'identifier différentes situations utilisées par les enseignants pendant leur cours. Dans cette première analyse de la classe, nous avons classé les situations en deux catégories : celles qui font référence à la réalité des élèves et celles qui concernent exclusivement le point de vue mathématique, sans aucune référence qui puisse rapprocher les contenus au vécu quotidien des élèves. Le même type d'analyse a été réalisée pour les manuels scolaires utilisés par les enseignants. Les tableaux quatre et cinq synthétisent les résultats de cette analyse.

**Tableau 4 – Le cours de géométrie (Situations utilisées par les enseignants pour la présentation/discussion des contenus d'enseignement)**

| Contenus | Cours 1 | Cours 2 | Cours 3 | Cours 4 |
|---|---|---|---|---|
| Angles | **S1** | **S2** | | |
| Cercle-Circonférence | **S1** | **S1** | | |
| Constr fig Géométriques | **S1/S2** | **S1/S2** | | |
| Mesures | **S1/S2** | | | |
| Thórème de Thales | **S1/S2** | | | |
| Triangle | **S1** | | | |
| Point | **S1** | **S1** | | |
| Plan | **S2** | **S1** | | |
| Lignes | **S1** | **S1/S2** | **S1** | **S1** |
| Droite | **S1** | **S1** | **S1/S2** | |
| Segments | **S1** | **S1** | **S1/S2** | **S1** |

S1 = situation sans rapport avec la réalité
S2 = situation de la vie courante

**Tableau 5 – Matériel didactique (Analyse des manuels scolaires utilisés par les enseignants)**

| **Contenus** | **Livre 1** | **Livre 2** |
|---|---|---|
| Angles | **S1** | |
| Cercle-Circonférence | **S1** | |
| Mesures | **S1** | |
| Théorème de Thalès | **S1** | **S1/S2** |
| Triangle | **S1** | |
| Point | **S1/S2** | **S2** |
| Plan | **S1/S2** | |
| Lignes | **S1** | |
| Droite | **S2** | |
| Segments | **S1** | |

S1 = situation sans rapport avec la réalité
S2 = situation de la vie courante

L'analyse des tableaux donne une vision générale de ce qui se passe dans la classe lorsqu'on y enseigne la géométrie. On peut constater qu'il y a une tendance plus forte à traiter la géométrie du point de vue formel, par des définitions, présentant les propriétés des concepts, oralement ou par écrit, et par des exercices d'application de ces définitions. Des situations de cette nature ont été classées dans le domaine des mathématiques sans rapport avec la réalité. Le concept est présenté par les propriétés mathématiques qu'il contient. Nous observons qu'il y a quand même des situations où les enseignants font appel à des aspects concrets de la réalité pour présenter/discuter le concept. C'est le cas, par exemple, du cours sur les unités de mesure. L'enseignant fait mesurer le mur par les élèves en utilisant le mètre, le centimètre et le millimètre. Invité à mesurer le mur, un élève essaie le millimètre. Il se rend compte, averti aussi par ses camarades, qu'il économiserait du temps s'il utilisait le mètre. Cependant des situations de cette nature sont encore peu fréquentes dans l'enseignement de la géométrie.

## 6. En guise de conclusion

On pourrait dire, de manière générale, qu'une forte tendance s'exprime ches les enseignants des mathématiques pour considérer la géométrie comme le domaine mathématique dont la spécificité est l'étude de l'espace et des formes, donc une représentation de la géométrie dans le domaine des mathématiques appliquées à la réalité des élèves. Pourtant, l’analyse du quotidien scolaire montre que, en classe, c’est surtout la géométrie rationnelle et théorique qui est présente. Ce résultat général met en évidence la distance qui sépare la représentation sociale, au moins celle à laquelle on a eu accès par son expression verbale, et ce qui se passe dans la pratique. C’est-à-dire, un certain décalage entre la représentation et l’action. Notre référentiel théorique serait-il donc inadéquat à notre objet de recherche ?

Nous pensons que non. D’abord, ces analyses nous donnent déjà des éléments pour mieux comprendre ce qui se passe dans la classe, surtout, pour ce qui était notre projet initial : pouvoir y considérer et y établir des rapports entre connaissance scientifique et connaissance de sens commun. Nous avons pu identifier de quelle manière les spécialistes de l'enseignement des mathématiques ont du mal à délaisser l'aspect purement formel de la connaissance scolaire, alors que les non-spécialistes, qui envisagent une connaissance plutôt ancrée exclusivement sur la réalité, montrent qu'ils ne sont pas enclins à développer les possibilités rationnelles générales de la pensée. Nous percevons donc la nécessité d’établir, par exemple, les relations entre le dessin et la figure comme un moyen de dépasser cette rupture, c’est-à-dire, d’utiliser ces deux outils géométriques comme médiateurs dans un enseignement qui ait du sens pour le sujet. Cette démarche, d’une part, permettrait la prise en compte de la connaissance de sens commun sur la dimension concrète des mathématiques, et d’autre part, introduirait la référence, proprement scientifique, d’une mathématique de la représentation et de la définition des propriétés formelles.

Ensuite, on n’y retrouve plus l’incohérence indiquée, au début de ce paragraphe, entre la représentation et l’action, si on pense que ce sont justement les enseignants des mathématiques qui ont été observés dans leur classe. Ce sont ces enseignants qui avaient une représentation de la géométrie sans rapport immédiat avec la réalité. Mais ces mêmes enseignants croient à la nécessité de rendre les mathématiques concrètes pour qu’elles puissent être mieux appréhendées par les élèves (Maia, op. cit.). La question qui se pose est alors de trouver les moyens pour analyser ces décalages et de les faire avancer dans le sens de l’amélioration de l’enseignement des mathématiques., ou d’autres matières, bien sûr.

Mais comment avancer avec l'aide de ces deux références théoriques ? Il y a lieu de se méfier d'une croyance, peut être trop répandue chez les chercheurs en représentations sociales, selon laquelle changer les représentations équivaut à changer les pratiques. Il ne fait aucun doute pour nous que les pratiques sont guidées par des représentations. Certes, si leur représentation est autre, il est sûr que les enseignants vont avoir une nouvelle façon d'agir dans leur classe. Mais le vrai problème qui paraît devoir être approfondi est celui des relations entre les représentations exprimées verbalement et les représentations en action. Ce qui nous amène à dire que lorsque les enseignants expriment leur adhésion à une géométrie du monde concret en contradiction avec leur pratique, ceux-ci révèlent qu'un processus de changement est bel et bien engagé, bien qu'il n'ait pas encore atteint leurs représentations en actes.

Il faut donc approfondir, comme c'est le cas dans l'étude en cours, les situations utilisées par l'enseignant et, en particulier, les formes de représentations utilisées dans la présentation/discussion de ces contenus d'enseignement, de manière à identifier lesquelles faciliteraient le passage souhaité entre des mahématiques concrètes et des mathématiques abstraites.

*Ce travail a été réalisé avec le soutien du CNPq et la participation de Deyse Pinheiro Nogueira, Érika Souto et Simone Cristina de Sousa, boursières d'initiation scientifique.*

## Références

Abric, J. C. (1989). L'étude expérimentale des représentations sociales. In D. Jodelet *et al*., *Les représentations sociales* (p. 187-203), Paris: PUF.

Abric, J. C. (1994). *Pratiques sociales et représentations*. Paris: PUF.

Bonneville, J.F., Comiti, C., Grenier, D. & Lapierre, G., (1991). Une étude des représentations d'enseignants de mathématiques, *Actes du Séminaire de Didactique des Mathématiques et de l'Informatique*, LSD2-IMAG, Grenoble, 191-210.

Câmara, M. (1997). *Efeitos da utilização do Cabri-geomètre no desenvolvimento do pensamento geométrico*. Anais do VIII Simpósio de Informática Educativa, São Paulo.

Camara, M. (1999). *Efeitos de uma sequência didática para a construção do conceito de perímetro no 2º ciclo do Ensino Fundamental.* Anais do XIV Encontro de Pesquisa Educacional do Nordeste: Avaliação Institucional. GE 19, no 11.

Comiti, C. (1999). Reflexões didáticas sobre o ensino da geometria. Notas de curso não publicadas. Carpina.

Jodelet, D. (1989). Représentations sociales : un domaine en expansion. In D. Jodelet (dir.), *Les représentations sociales* (pp. ), Paris: PUF.

Jodelet, D. & Moscovici, S. (1990). Editorial, *Revue Internationale de Psychologie Sociale*, 3 (3).

Maia, L. (1993). *Les représentations des enseignants sur les mathématiques : l'exemple des pourcentages*. Mémoire de DEA en Sciences de l'Education, Université René Descartes, Paris V.

Maia, L. (1997). *Les représentations des mathématiques et de leur enseignement: exemple des pourcentages.* Tese de doutorado. Lille , Presses Universitaires du Septentrion.

Maia, L., Alii (1999). *O ensino da geometria: analisando diferentes representações.* Actes du XIV Encontro de Pesquisa Educacional do Nordeste: Avaliação Institucional. Salvador, GE 19, publication en CD-ROM.

Maia, L. (2000). *Matemática concretaXmatemática abstrata . mito ou realidade.* Actes 23º Reunião Anual da ANPED (Associatoin National des Recherches en Éducation. Caxambú, M: G, GE 19, publication en CD-ROM.

Moscovici, S. (1961). *La psychananlyse, son image et son public.* Paris: PUF, (1ere édition)

Portugais, J. (1995). *Didactique des mathématiques et formation des enseignants*. Berne: Peter Lang.

Robert, A. & Robinet, J. (1992). Représentations des enseignants et des élèves. *Repères*, 7.

Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactiques des Mathématiques,* 10 (23), 133-170.

Vergnaud, G. (1994). Le rôle de l'enseignant à la lumière des concepts de schème et de champ conceptuel. In M. Artigue et coll. (Éds.), *Vingt des didactiques des mathématiques* (pp. 177-191), Grenoble : La Pensée Sauvage.

Vergnaud, G., Laborde, C. (1994). L'apprentissage et l'enseignement des mathématiques. In G. Vergnaud (dir.), *Apprentissages et didactiques où en est-on?* ( pp. ) (…).